



# ANALYSE FIABILISTE DU CISAILLEMENT DANS UNE STRUCTURE DE PONT EXISTANT

M. Mohamed Taha FADEL  
EHTP / DUKTIL Engineering

- **Introduction**
- **Théorie de fiabilité des structures**
- **Cisaillement dans une poutre de pont**
- **Etude de fiabilité**
- **Conclusion et perspectives**



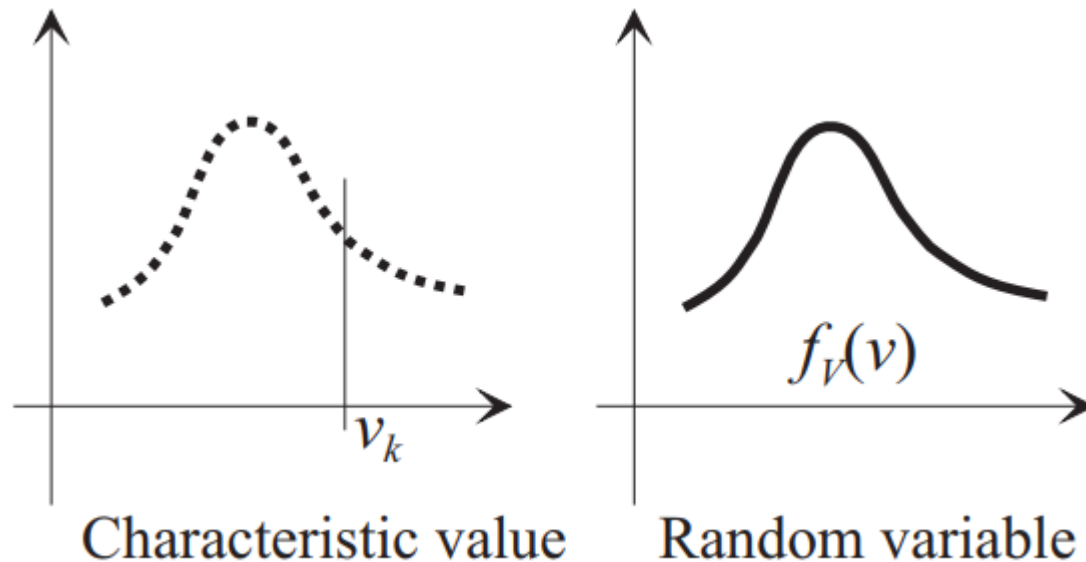
Exemple d'un ancien ouvrage d'art en maçonnerie/béton avec maints aléas : sur la géométrie, les matériaux, le comportement mécanique...

## Introduction

Les ouvrages d'art marocains constituent une richesse nationale par leur valeur économique et culturelle, ils sont à conserver contre les différents **aléas** et facteurs **dégradants**.

**Pourtant** la connaissance préalable de ces aléas n'est pas toujours simple, notamment avec le coût élevé des essais destructifs et le **caractère dispersé** des résultats obtenus.

Ces aléas concernent certainement les charges, mais aussi la géométrie et le comportement mécanique des matériaux...



Représentations possibles des variables  
(Lemaire 2003)

## Introduction

C'est ainsi que vient **la théorie de fiabilité des structures** afin de traiter les incertitudes sur les paramètres mesurés d'une manière scientifique.

La contribution des **probabilités** avec la **mécanique des structures** est exposée ci-après afin de vérifier la fiabilité de la résistance au cisaillement d'une poutre en béton armé, dont le dimensionnement d'une manière déterministe est *a priori* satisfaisant.

## Fiabilité des structures

Les méthodes fiabilistes en mécanique des structures se sont imposées comme étant des outils performants pour le dimensionnement et la vérification, notamment avec l'apport des **Eurocodes**.

Elles permettent de tenir compte de la **connaissance statistique réelle** que le concepteur peut collecter sur les différentes variables élémentaires (matériaux, géométrie, charges, conditions aux limites...)

### Niveau 0

- Codes déterministes
- Coefficients de sécurité globaux

### Niveau 1

- Codes semi-probabiliste
- Valeurs représentatives
- Coefficients partiels

### Niveau 2

- Analyse probabiliste
- Probabilité d'atteinte d'un état limite
- Période de référence
- Valeur de l'EL fixée à l'avance

### Niveau 3

- Méthodes purement probabilistes
- Nécessité de connaissance des distributions conjointes de l'ensemble des variables aléatoires

Les niveaux d'étude en codes de calcul des structures (Calgaro 1999).



## Principe général des méthodes fiabilistes

L'objectif est l'évaluation de la **probabilité de défaillance** d'une structure par rapport à un état limite définie à la base d'un modèle mécanique.

Pour le cas simple d'une sollicitation  $S$  qui doit rester au-deçà d'une résistance  $R$  donnée, on peut considérer la fonction d'état limite  $G$  :

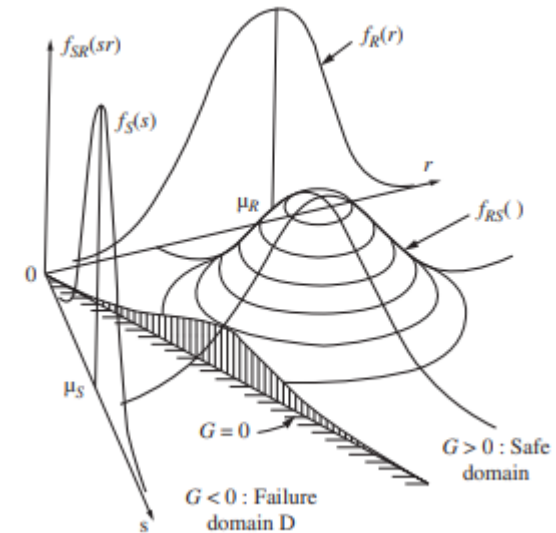
$$G(\{x\}) = R - S = 0$$

Ce qui définit deux domaines, **de sécurité** Vs **de défaillance** :

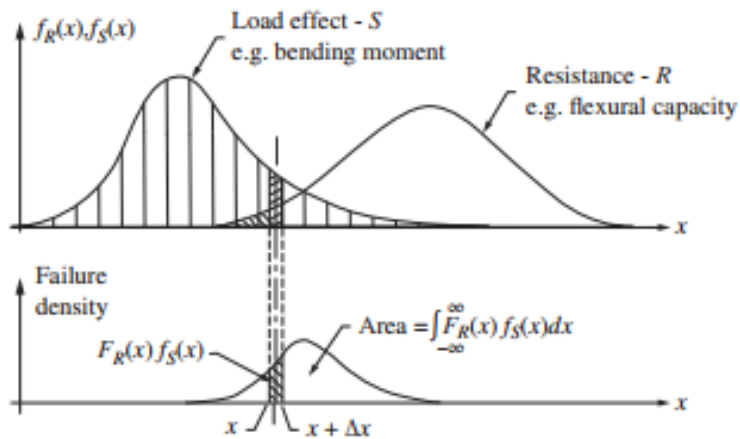
$$G(\{x\}) > 0 ; G(\{x\}) \leq 0$$

La probabilité de défaillance peut être exprimée par : 
$$P_f = \text{Prob}(R - S \leq 0) = \int_{r-s \leq 0} f_{R,S}(r, s) dr ds$$

Représentation 3D de Pf dans le cas de R-S gaussiens décorrélés (Melchers & Beck 2018)



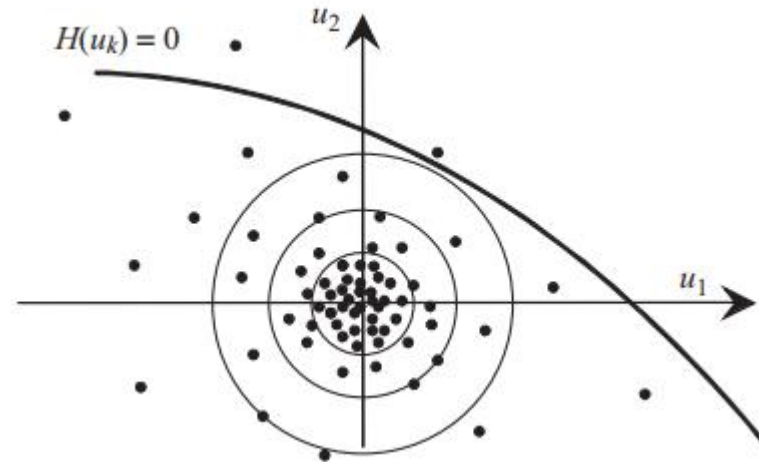
## Méthode d'évaluation de la probabilité de défaillance



**A**

### Calcul par intégration directe

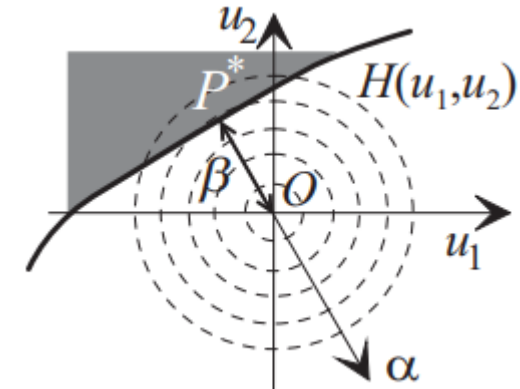
Ne peut être conduit que pour des cas très simples (R-S indépendant).



**B**

### Calcul par simulation

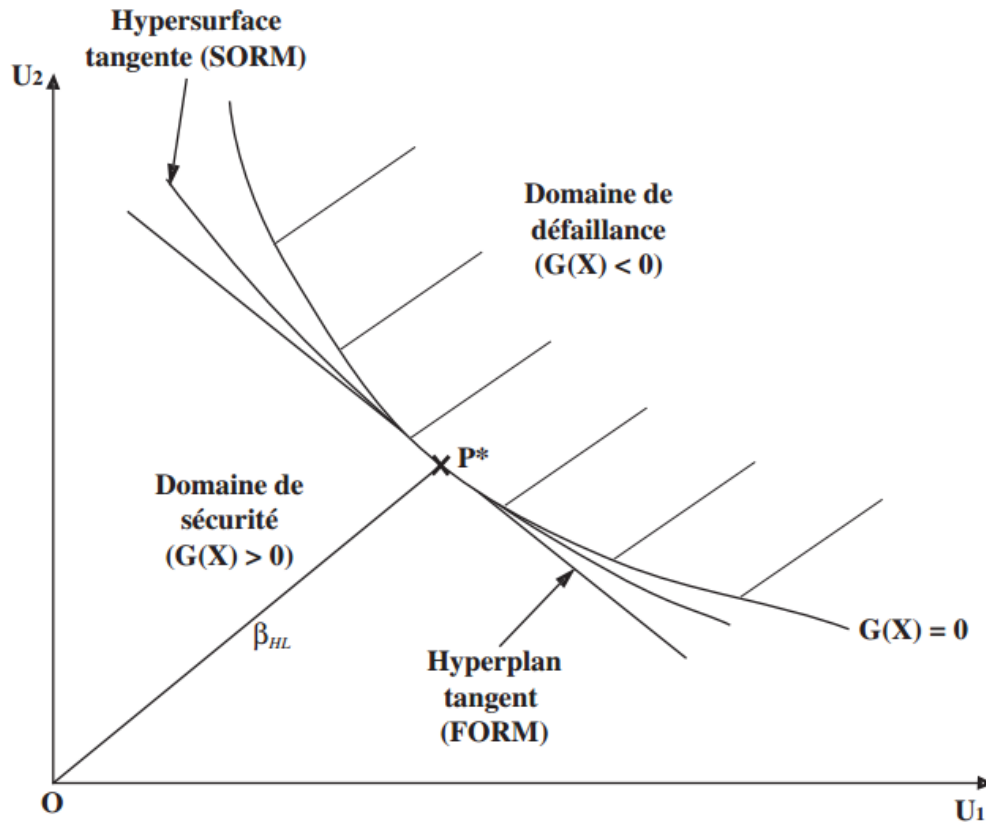
ex. : Monte-Carlo classique, simulations directionnelles... c'est en général des méthodes coûteuses en calcul.



**C**

### Calcul via l'indice de fiabilité

C'est des approximations de 1<sup>er</sup> ou 2<sup>nd</sup> ordre (FORM / SORM).



L'indice de fiabilité dans l'espace standard.

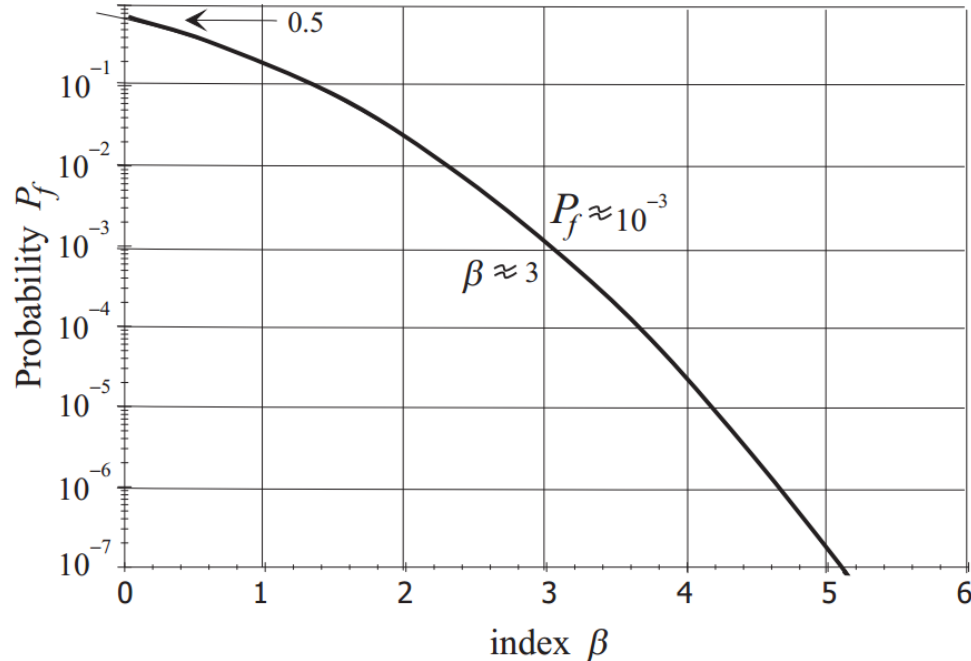
## Indice de fiabilité

L'indice de fiabilité  $\beta$  est défini comme étant la distance la plus proche au domaine de défaillance comptée à partir de l'origine de l'espace standard :

$$\beta = \text{distance}(\mathbf{0}; G(\{\mathbf{x}\}) = \mathbf{0}) = \min_{G(\mathbf{x}) \leq 0} (\sqrt{\{\mathbf{u}\}^t \{\mathbf{u}\}})$$

Le calcul de cet indice permet l'évaluation de la probabilité de défaillance via les méthodes dites de premier et de second ordre (FORM et SORM)

$$P_f = \Phi(-\beta)$$



Equation de base de FORM

## Approximations FORM/SORM

Ces méthodes sont des méthodes analytiques pour le calcul de la probabilité de défaillance en approximant le domaine de probabilité au voisinage du point de défaillance  $P^*$  par un hyperplan pour le cas de FORM et par une hypersurface dans le cas de SORM.

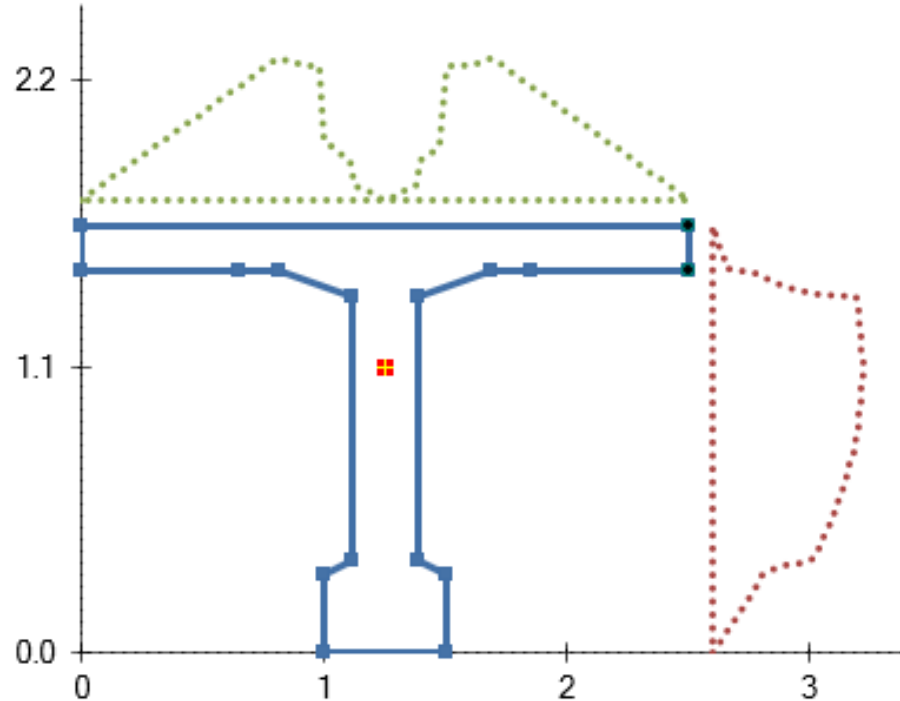
La probabilité de défaillance dans le cas de FORM s'écrit :

$$P_f \approx \text{Prob}(D_f) = \Phi(-\beta)$$

Dans le cas de SORM, en fonction des courbures principales de l'hypersurface approximant le domaine de défaillance  $\kappa_j$  :

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \left( \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \beta \kappa_j}} \right)$$

## Cisaillement dans une poutre de pont PPBA



Selon le BAEL, les poutres soumises à des efforts tranchants sont justifiées vis-à-vis de l'ELU.

On traite l'EL de la contrainte du béton (A.5.1,21.)

Les justifications de l'âme d'une poutre sont conduites à partir de la contrainte tangente  $\tau_u$  prise conventionnellement égale à :

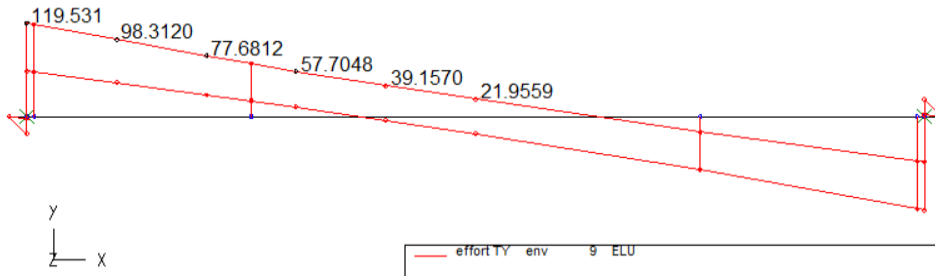
$$\tau_u = \frac{V_u}{b_0 * d}$$

La contrainte, dans le cas de fissuration préjudiciable et d'armatures droites :

$$\tau_{lim} = \frac{0.15 * f_c}{\gamma_b}$$

Flux de cisaillement dans une poutre en T

## Etat limite de cisaillement étudié



Paramètre	Valeur	Unité
$V_u$	109.59	tf
$d$	1560	mm
$\gamma_b$	1.5	-

Variables déterministes

L'état limite étudié est le dépassement de la résistance ultime du béton sous l'effet du cisaillement dû à l'effort tranchant :

$$G(\{x\}) = R - S = \frac{0.15 * f_c}{\gamma_b} - \frac{V_u}{b_0 * d} = 0$$

On garde déterministes les paramètres de charge  $V_u$ , et on probabilise par rapport aux paramètres de résistance.

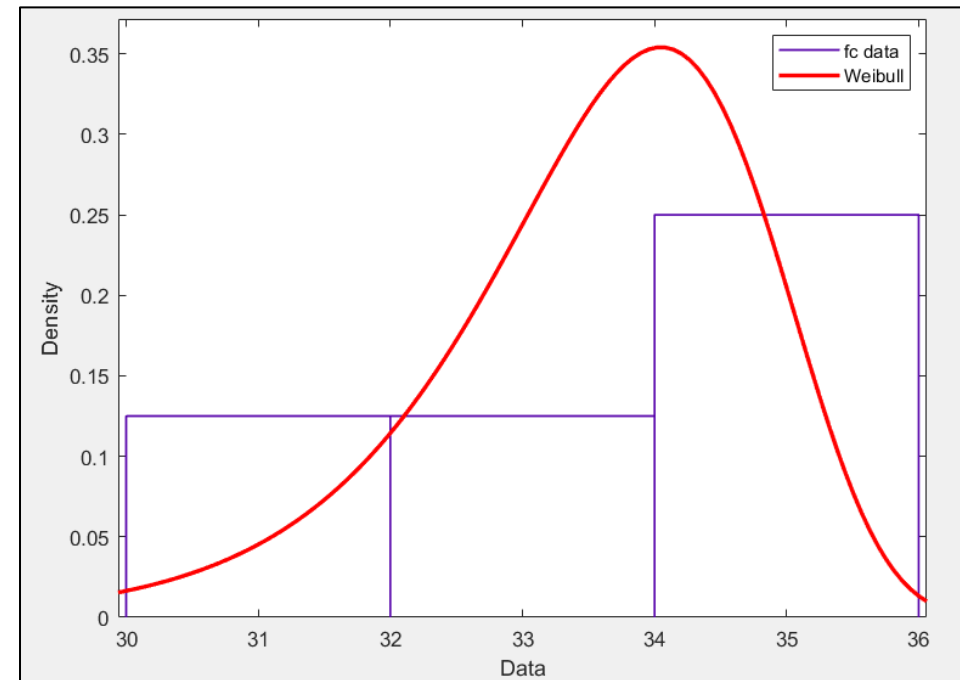
Les incertitudes des paramètres  $f_c$  et  $b_0$  invite à les traiter comme des variables aléatoires  $\tilde{f}_c$  et  $\tilde{b}_0$ , on aura donc :

$$G(\{x\}) = G(\tilde{f}_c, \tilde{b}_0)$$

## Mesures et ajustements

Echantillon	fc (MPa)
1	33.64
2	32.59
3	31.67
4	35.28
5	34.04
6	34.55
7	31.98
8	34.33

On récupère les résultats de mesures effectuées par carottage sur des échantillons de poutre dans le cas d'un pont dans la région de Chichaoua :

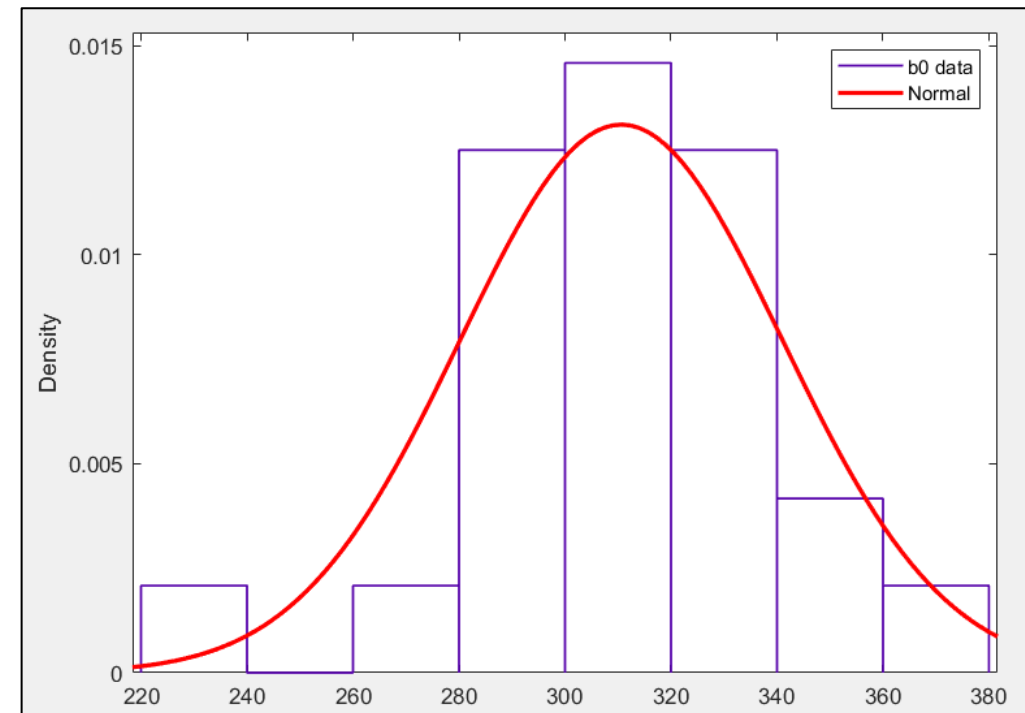


Résistances obtenues par carottage sur poutres

Point	b (mm)
P1	322
P2	344
P3	338
P4	302
P5	322
P6	310
P7	310
P8	355
P9	282
P10	296
P11	311
P12	291
P13	275
P14	223
P15	284
P16	292
P17	334
P18	300
P19	298
P20	312
P21	373
P22	337
P23	327
P24	317

## Mesures et ajustements

Pour le cas de la largeur de l'âme, on présente les données obtenues sur la base des mesures et les résultats d'ajustement statistique :



Epaisseurs de l'âme mesurées sur site

## Résultats de l'étude de fiabilité

On calcule l'indice de fiabilité  $\beta$  et la probabilité de défaillance  $P_f$  par les méthodes de premier ordre (FORM) et de second ordre (SORM) moyennant le code (FERUM) développé sur MATLAB

$\beta$	3.2174
$P_f$	6.4687e-04
Nombre d'itérations	10
Point de conception dans l'espace d'origine $x^*$	[32.013 219.44]

Résultats du calcul FORM

$\beta$ (Breitung améliorée)	3.1240
$P_f$	8.9199e-04
Nombre d'appel à la fonction d'état limite	5
Courbure au point de conception	[-1.3600e-01]

Résultats du calcul SORM

## Conclusion

Ce travail a présenté une étude fiabiliste classique du cisaillement d'une poutre en béton armé d'un pont existant, tenant compte des incertitudes sur la résistance caractéristique du béton des poutres d'un côté, et de la largeur de l'âme de la poutre d'un autre côté.

Les résultats obtenus sur l'indice de fiabilité et par suite la probabilité de défaillance, sont à comparer avec les standards internationaux qui donnent des **valeurs cibles**  $\beta_T$  à viser, une structure est ainsi considérée sûre si on a

$$\beta \geq \beta_T$$

Par exemple, l'EN 1990 propose une valeur minimale de **3.80**, on se trouve bien au deçà de la valeur cible, ce qui contredit les considérations basées sur l'analyse déterministe et confirme le risque de rupture sous l'effet de l'effort tranchant pour la poutre étudiée.



11<sup>ème</sup> المؤتمر الوطني للطرق  
Ο ΧΟ.Λ. Α. Ε.Ο | ΣΘΟΞΛΙ  
Congrès National de la Route

MERCI

SOUS LE THÈME

Quels rôles de l'infrastructure  
routière dans le nouveau modèle  
de développement économique  
et social du Maroc ?

تحت شعار

أية مكانة لتطوير البنية التحتية  
الطرقية في تنزيل النموذج  
الجديد للتنمية الاقتصادية  
و الاجتماعية بالمغرب ؟

10 / 12  
نوفمبر NOV  
DAKHLA 2022

الداخلة  
DAKHLA